

## БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ

Выполняя домашнее задание, связанное с охраной окружающей среды, ученик собрал информацию относительно разложения некоторых видов мусора, который выбрасывают люди:

<i>Вид мусора</i>	<i>Срок разложения</i>
<i>Кожура банана</i>	<i>1 – 3 года</i>
<i>Кожура апельсина</i>	<i>1 – 3 года</i>
<i>Картонные коробки</i>	<i>0,5 года</i>
<i>Жевательная резинка</i>	<i>20 – 25 лет</i>
<i>Газеты</i>	<i>Несколько дней</i>
<i>Чашка из полистирола</i>	<i>Более 100 лет</i>

Ученик решил изобразить полученные данные на столбчатой диаграмме.

Приведите **одну** причину, по которой столбчатая диаграмма является неудачной формой для представления этих данных.

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

#### ***Ответ принимается полностью***

Код 1: Указана причина, связанная с большим различием между данными таблицы.

Примеры ответов учащихся:

- Различие в высоте столбцов на диаграмме будет слишком большим.
- Если для полистирола взять столбик высотой 10 см, то для картонных коробок он будет высотой 0,05 см.

ИЛИ

Указана причина, связанная с неопределенностью данных.

- Высота столбца для полистироловых чашек неопределима.
- Невозможно построить столбики для 1-3 лет и 20-25 лет.

*Возможный ответ: Слишком большая разница между сроками разложения указанных типов мусора, такую шкалу не удастся аккуратно построить на одной и той же диаграмме.*

#### ***Ответ не принимается***

Код 0: Другие ответы

Примеры неверных ответов учащихся:

- Потому что она не годится
- Пиктограмма лучше
- Вы не можете проверить эту информацию
- Потому что указаны только приближенные данные

Ключевым моментом для решения задачи является интерпретация и представление имеющихся данных, поэтому задание отнесено к области «*Неопределенность и данные*». Сам контекст носит *научный* характер. По характеру преобладающей познавательной

деятельности задание отнесено к когнитивной области «Интерпретировать». Задание оказалось средней трудности, в 2003 г. с ним справились 51% всех участников исследования.

## ВЕЛОСИПЕДИСТКА ЕЛЕНА



Елена только что приобрела новый велосипед. У него есть спидометр, который закреплён на руле.

Спидометр показывает расстояние, которое Елена проехала, и среднюю скорость её поездки.

---

### Вопрос 1:

В одной из поездок Елена сначала проехала 4 км за 10 минут, а затем ещё 2 км за следующие 5 минут.

Какое из следующих утверждений верно?

- A Средняя скорость Елены была больше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут. – 11%
- B Средняя скорость Елены была одинаковой в первые 10 минут и в последующие 5 минут. – 78%
- C Средняя скорость Елены была меньше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут. – 7%
- D Невозможно ничего сказать о средней скорости Елены на основе имеющейся информации. – 1%

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: В.

Ответ на вопрос можно получить с помощью разных подходов. Например, самый простой и быстрый – обратить внимание на то, что отношение пути и времени одинаковые на этих участках пути. Это означает, что скорости на них равны. Можно также вычислить скорости на каждом участке и увидеть, что они одинаковые (0,4 км/ч). Так как не требуется приводить решение, то способ, использованный учеником, не оценивается. Задание невысокого уровня сложности, и с ним справились 78% российских учащихся. Тем не менее, почти 20% не смогли разобраться в ситуации, доступной учащимся 5-6 класса.

При выполнении задания приходится иметь дело с зависимостями между путем, скоростью и временем, поэтому вопрос отнесен к категории «Изменение и зависимости», а

рассматриваемая ситуация отнесена к «личностной». Для получения ответа надо либо найти отношение величин, либо использовать формулу нахождения скорости по известным пути и времени, поэтому познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

---

### Вопрос 2:

Елена проехала 6 км до дома своей тёти. Спидометр показал, что в среднем она ехала со скоростью 18 км/ч во время всей поездки.

Какое из следующих утверждений верно?

- |   |       |
|---|-------|
| A У Елены ушло 20 минут, чтобы доехать до дома тёти.                            | – 53% |
| B У Елены ушло 30 минут, чтобы доехать до дома тёти.                            | – 23% |
| C У Елены ушло 3 часа, чтобы доехать до дома тёти.                              | – 17% |
| D Невозможно сказать, сколько времени ушло у Елены, чтобы доехать до дома тёти. | – 8%  |

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

*Ответ принимается полностью*

Код 1: А

Для ответа на вопрос можно использовать разные способы. Например, найти время, которое ушло у Елены, –  $6:18=1/3$  (ч) или 20 мин. Можно опираться на смысл понятия скорости и отношение пути и времени. Так, 18 км/ч – расстояние, которое проедет Елена за 1 ч или за 60 мин. 6 км составляют треть этого расстояния, значит, она его проедет за треть часа или за 20 мин.

Задание считается невысокого уровня сложности, однако только около половины российских учащихся (53%) справились с ним. Выбор неверных ответов В и С говорит о том, что эти учащиеся вместо деления пути на скорость выполнили деление скорости на пройденное расстояние. Возможно, что это объясняется невнимательным анализом условия задания, простотой деления 18 на 6 и наличием предложенных ответов В и С.

Как и в первом вопросе, здесь надо использовать зависимость между путем, скоростью и временем, поэтому вопрос отнесен к категории «Изменение и зависимости», а рассматриваемая ситуация отнесена к «личностной». Для получения ответа надо использовать формулу нахождения времени по известным пути и скорости, поэтому познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

---

### Вопрос 3:

Елена поехала на велосипеде на реку, которая находится в 4 км. У неё ушло 9 минут. Она поехала домой по более короткому пути в 3 км. Дорога заняла у неё только 6 минут. Какова была средняя скорость Елены (в км/ч) в её поездке на реку и обратно?

Средняя скорость поездки: \_\_\_\_\_ км/ч

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

*Ответ принимается полностью*

Код: 28

Этот вопрос считается в исследовании одним из самых сложных тестовых заданий. Прежде всего, он требует более глубокого понимания понятия средней скорости, связывая его со всем пройденным расстоянием за все время в пути. То есть требуется понимание математического понятия и его реализации в жизненной ситуации, что приводит к более высоким требованиям к математизации предложенной ситуации, соответствующим рассуждениям, а также к использованию символического, формального, технического языка и действий.

*Возможное решение: 1 )  $(4 + 3) : (9 + 6) = 7/15$  км/мин,  $7/15 \cdot 60 = 28$  км/ч.*

*2)  $4+3=7$  км  $9+6=15$  мин , 15 мин – это четверть часа, значит, скорость в км/ч –  $7 \cdot 4 = 28$  км/ч.*

Многие учащиеся недостаточно усвоили смысл данного понятия и ошибочно нашли среднюю скорость, суммируя полученные ими в отдельности скорости на двух участках пути и поделив сумму пополам. Поэтому не удивительно, что только 14% российских учащихся справились полностью с этим заданием, а 13% не дали никакого ответа.

Как и в двух первых вопросах, здесь надо использовать зависимость между путем, скоростью и временем, поэтому вопрос отнесен к категории «Изменение и зависимости», а рассматриваемая ситуация отнесена к «личностной». Для получения ответа надо использовать формулу нахождения скорости по известным пути и времени, поэтому познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».

Следует обратить внимание на то, какими средствами разработчики данного задания добиваются повышения трудности включенных в него вопросов. При ответе на каждый из этих вопросов требуется использовать зависимость между тремя величинами, характеризующими движение. Однако в первом вопросе надо только сравнить два отношения пути и времени. Во втором вопросе надо, используя расстояние и скорость, найти затраченное время и выполнить перевод единиц времени (минуты в часы). В третьем вопросе явно требуется более глубокое понимание смысла понятия средней скорости, применив его к двум участкам пути.

## ВЕЛОСИПЕДЫ

Юрий, Мария и Петр ездят на велосипедах разных размеров. В таблице указаны расстояния, которые проезжают их велосипеды при разном числе полных оборотов колес.

	Пройденное расстояние (в см)					
	1 оборот	2 оборота	3 оборота	4 оборота	5 оборотов	6 оборотов
Петр	96	192	288	384	480	...
Мария	160	320	480	640	800	...
Юрий	190	380	570	760	950	...

---

### Вопрос 1: ВЕЛОСИПЕДЫ

Петр прокатил вперед свой велосипед так, что при этом колеса сделали три полных оборота. Если Юра сделает то же самое со своим велосипедом, то насколько дальше продвинется вперед его велосипед, чем у Петра? Ответ укажите в сантиметрах.

Ответ: ..... см.

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

*Ответ принимается полностью*

Код 1: 282 см

*Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

*Для ответа на вопрос надо извлечь нужные данные из первой и третьей строк (288 и 570) столбца таблицы «3 оборота», затем найти их разность. Вопрос простой, однако почти треть учащихся с ним не справилась. Ответили на вопрос 69% российских и 68% учащихся стран ОЭСР.*

---

### Вопрос 2: ВЕЛОСИПЕДЫ

Сколько полных оборотов должны сделать колеса велосипеда Марии, чтобы проехать 1280 см?

Ответ: количество оборотов .....



### **Ответ принимается частично**

Код 11: Дан ответ 12 поворотов педалей. Использован правильный способ решения, но допущены ошибки при переводе единиц измерения.

- Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 10 оборотов (ученик забыл, что расстояние в таблице дано в см), что соответствует  $10 \cdot \frac{6}{5} = 12$  поворотам педалей

Код 12: Верный способ решения, но имеется незначительная вычислительная ошибка или вычисления не закончены.

- При 3 поворотах педалей колесо совершает 2,5 оборота. 1 оборот колеса = 0,96 м, значит, 3 оборота педалей = 2,4 м. Поэтому нужно 400 поворотов педалей, чтобы проехать 960 м. (Не выполнено действие  $400 \cdot 3 = 1200$ .)
- 1000 оборотов педалей потребуется ( $960:0,96$ ), чтобы проехать 960 м, поэтому потребуется 833 поворота педалей на средней передаче ( $5/6$  от 1000). *[Метод решения верный, но взято обратное отношение.]*
- $5 \cdot 0,96 = 4,8$  и  $960:4,8 = 200$  поворотов педалей. Сейчас  $200:5 = 40$  и  $40 \cdot 6 = 240$ . Поэтому потребуется 240 поворотов. *[Допущена единственная ошибка. Выполнено излишнее умножение на число 5, а в остальном метод решения верный.]*

### **Ответ не принимается**

Код 00: Другие ответы.

- $96000:5 = 19200$ ;  $19200 \cdot 6 = 115200$  поворотов педалей. *[Не учтена окружность колеса.]*

Код 99: Ответ отсутствует.

*Решение задачи облегчает приведенная трактовка понятия «передаточное соотношение». Задание – текстовая задача на прямую пропорциональность. Поэтому задание отнесено к области «Количество», вид деятельности – «Применить» известный алгоритм.*

*С заданием справились только 15% российских и 15% учащихся стран ОЭСР. Значительное число неверных ответов связано: с неверным составлением пропорции, с ошибками при работе с единицами измерения расстояния (не учли, что расстояние в таблице дано в см, а в условии задачи в метрах), а также многочисленными вычислительными ошибками при выполнении действий с десятичными дробями.*



## ВИД БАШНИ

На рисунках 1 и 2 даны два изображения **одной и той же** башни. На рисунке 1 вы видите **три** грани крыши башни, а на рисунке 2 – **четыре** грани.

Рисунок 1

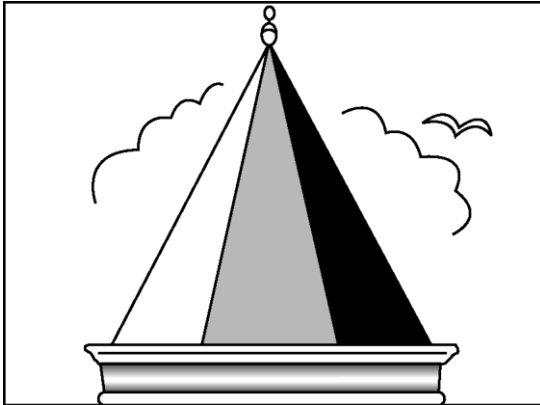
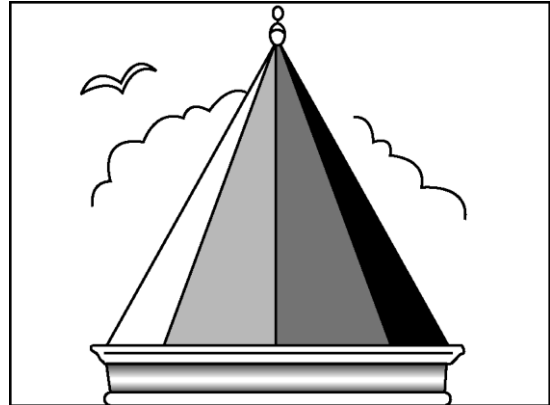
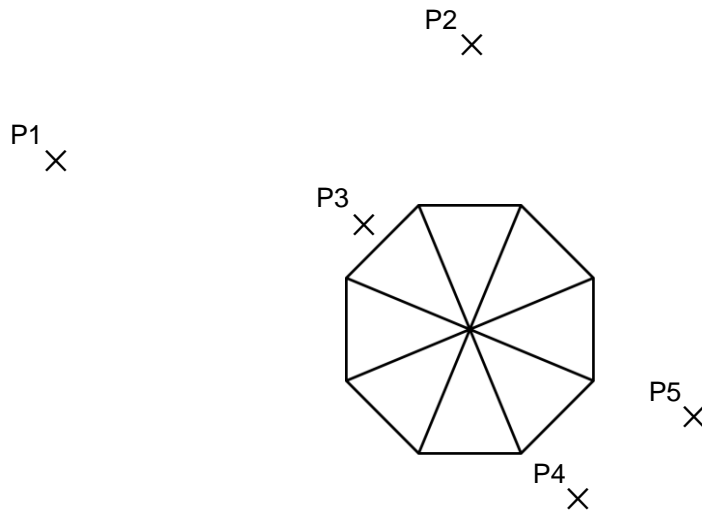


Рисунок 2



Ниже на рисунке изображен вид крыши башни сверху. Кроме того, знаком (×) показаны пять различных позиций наблюдателя, обозначенных P1 – P5.

С каждой из этих позиций наблюдатель может видеть несколько граней крыши башни.



В таблице обведите число граней, которые можно видеть с каждой из этих позиций.

Позиция	Число граней, которые можно видеть с данной позиции				
	(обведите выбранное число)				
P1	1	2	3	4	более, чем 4
P2	1	2	3	4	более, чем 4
P3	1	2	3	4	более, чем 4
P4	1	2	3	4	более, чем 4
P5	1	2	3	4	более, чем 4

### ОЦЕНКА ОТВЕТА

#### *Ответ принимается полностью*

Код 1: Для точек P1–P5 должны быть обведены соответственно числа: 4, 3, 1, 2, 2

#### *Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

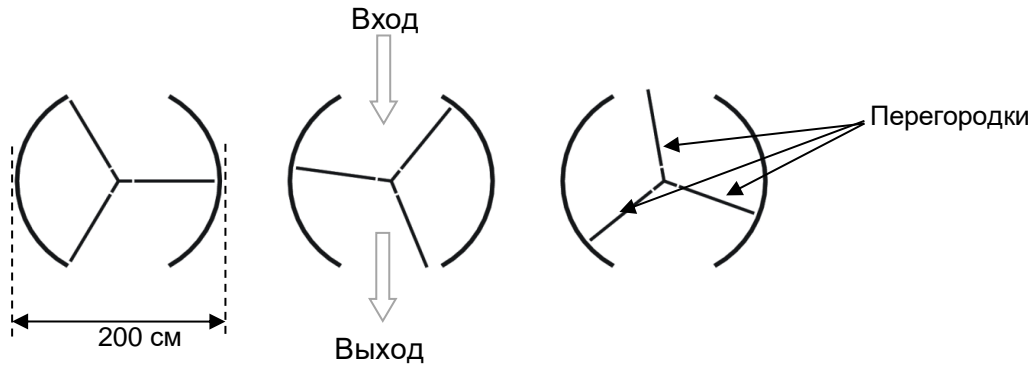
Код 9: Ответ отсутствует

*Для ответа на этот совсем нестандартный вопрос нужно создать модель предложенной ситуации. В данном случае надо определить углы, ограничивающие количество видимых граней крыши башни из каждой обозначенной позиции наблюдения. Для этого надо продолжить боковые стороны треугольников, на которые разделен восьмиугольник, изображающий вид сверху 8 граней крыши башни. Образуются углы, внутрь которых попадают каждая из 5 позиций расположения наблюдателя. В этом случае наблюдатель видит столько граней, сколько из них составили угол, в который попала данная позиция наблюдения. Так, например, точка P<sub>3</sub> попадает в угол, который вмещает только 1 грань, точка P<sub>1</sub> – в угол, который вмещает 4 грани, точка P<sub>2</sub> – 3 грани, Точки P<sub>4</sub> и P<sub>5</sub> – по 2 грани.*

*Задание отнесено к области «Пространство и форма», вид деятельности «Формулировать». Задание вызвало затруднения у большинства учащихся. Только 28% российских и 32% учащихся стран ОЭСР справились с этим заданием. В российских нет подобных заданий, способствующих развитию пространственных представлений.*

## ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ

Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



### Вопрос 1.

Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками?  
Величина угла: .....°

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 120°

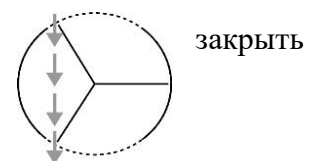
Для ответа на вопрос надо вычислить градусную меру центрального угла. Можно рассуждать так: перегородки образуют 3 равных центральных угла, значит, каждый из них равен  $360^\circ : 3 = 120^\circ$ . Однако многие учащиеся не смогли ответить на этот вопрос. Дело в том, что в курсе математики не обращается особое внимание на то, что центральный угол окружности состоит из двух развернутых углов и равен  $360^\circ$ . Об этом факте учитель может упоминать по мере необходимости при выполнении соответствующих заданий. Например, при построении круговых диаграмм, когда окружность надо разделить на сектора в соответствии с отношением величин, которые должны быть изображены на диаграмме. Поэтому не удивительно, что результаты выполнения задания невысоки: российские учащиеся – 58%, стран ОЭСР – 58%, однако максимальный результат лидирующих стран – 90%.

Задание отнесено к области «Пространство и форма», контекст «научный», познавательная деятельность «Применять».

### Вопрос 2.

Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком **широкие**, то вращающиеся двери не смогут открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход. Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Наибольшая длина дуги: ..... см

**Ответ принимается полностью**

Код 1: Ответ в пределах от 103 до 105 , его значение зависит от точности значения  $\pi$  , использованного в вычислениях. [Принимаются ответы ( $\frac{100\pi}{3}$ ), вычисленные как  $1/6$  длины окружности. Также принимается ответ, равный 100, но только в случае, если понятно, что этот ответ получен в результате использования  $\pi = 3$ . Примечание: Ответ, равный 100, не сопровождаемый решением, мог быть получен на основе простого предположения, что длина дуги равна радиусу (длине одной перегородки).

В исследовании это задание отнесено к высшему уровню сложности. Требуется воспринять новую информацию – описание представленной реальной ситуации – и интерпретировать её геометрическую модель, чтобы вычислить длину искомой дуги. При работе с моделью, опираясь на пространственное воображение, интуицию и рассуждения, можно понять, что наибольшая длина этой дуги не может превышать половину дверного проёма, т.е.  $1/6$  часть длины окружности двери.

Например, можно рассуждать следующим образом: «Окружность двери разделена на 3 равных сектора. Значит, два сектора, закрытые стеклянными стенками, занимают две третьих окружности, а на два дверных проёма остается одна треть. Из соображений симметрии двух проёмов каждый из них не может быть больше половины трети ( $1/6$  части) окружности двери».

Для решения проблемы нужно вспомнить (или посмотреть в списке формул в тетради для ученика) известную учащимся формулу длины окружности. Для использования более привычной формулы ( $l=2\pi r$ ) надо знать длину радиуса окружности двери. В начале задания указано, что диаметр двери равен 200 см, значит, радиус равен 100 см. Решение: длина окр. =  $2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 = 628$ ; длина искомой дуги =  $628:6 \approx 104,7$  (см).

Подобных задач нет в российских учебниках. Сложность задачи определяется наличием большого текста, в котором много новой для учащихся словесной информации, описывающей ситуацию. Информация представлена в различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков. Данные, нужные для решения, надо извлечь из разных частей текста. Слово окружность не упоминается в тексте задания, учащимся самим надо сообразить, что именно окружность, разделенная тремя радиусами на три равные части, является моделью вращающейся двери. Поэтому не удивительно, что результаты выполнения очень низкие: российские учащиеся – 3%, стран ОЭСР – 4%, максимальный процент в лидирующих странах – 14%.

Этот вопрос отнесен к области «Пространство и форма», контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать».

---

**Вопрос 3.**

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трёх секторов двери могут поместиться максимально 2 человека.

Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?		
E	60	– 16%
F	180	– 14%
G	240	– 29%
H	720*	– 38%

*Фактически это текстовая задача в 3 вопроса. Ключевой момент для создания модели решения – внимательный анализ условия задачи, связанной с непривычной практической ситуацией – реальным объектом окружающей действительности, об особенностях которого учащимся, скорее всего, ранее ничего не было известно. Видимо, самое трудное – это представить и понять, что при полном обороте дверь повернется к входу каждым из трех секторов по одному разу и в неё смогут войти три раза по 2 человека. Кроме того, следует учесть, что за минуту дверь делает 4 полных оборота. Только при выполнении этих условий можно получить верный ответ.*

*Возможное решение:* при полном обороте двери в каждый из 3 её секторов смогут войти по 2 человека, то есть максимально  $2 \cdot 3 = 6$  (чел.). За 30 мин дверь сделает  $4 \cdot 30 = 120$  полных оборотов. Значит, за 30 мин через неё войдут  $6 \cdot 120 = 720$  (чел.)

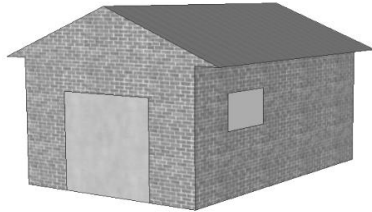
Этот вопрос отнесен к области «Количество», контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать». Результат российских учащихся – 38%, стран ОЭСР – 46%, максимальный результат лидирующих стран – 65%.

Характерные ошибки российских учащихся (см. проценты выбора неверных ответов) говорят о неполном понимании особенностей ситуации или о несоблюдении того или иного из условий задачи. Выбор ответа С ( $240 = 2 \cdot 4 \cdot 30$ ) – говорит о том, что учащийся, скорее всего, не учитывает, что за минуту войдут не 2, а 6 человек, выбор ответа В ( $180 = 2 \cdot 3 \cdot 30$ ) – скорее всего, не учитывает, что за минуту дверь делает 4 оборота, выбор ответа А ( $60 = 2 \cdot 30$ ) – скорее всего, не учитывает 2 условия, которые указаны в комментариях к ответам В и С.

## ГАРАЖ

«Базовый» ассортимент производителя гаражей включает в себя модели только с одним окном и одной дверью.

Дима выбрал следующую модель из «базового» ассортимента. Расположение на ней окна и двери показано ниже.

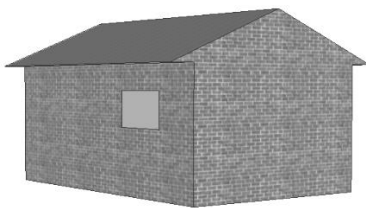


### Вопрос 1:

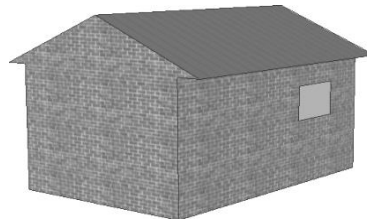
На приведённых ниже рисунках показано, как «основные» модели выглядят сзади. Только один из этих рисунков соответствует модели, выбранной Димой.

Какую модель выбрал Дима? Обведите А, В, С или D.

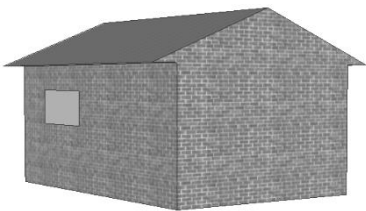
**A – 2%**



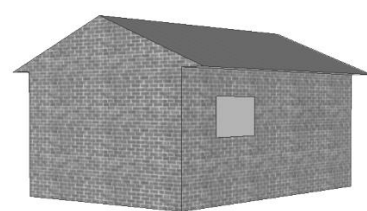
**B – 5%**



**C\* – 80%**



**D – 6%**



### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

*Ответ принимается полностью*

Код 1: С [Рисунок С]

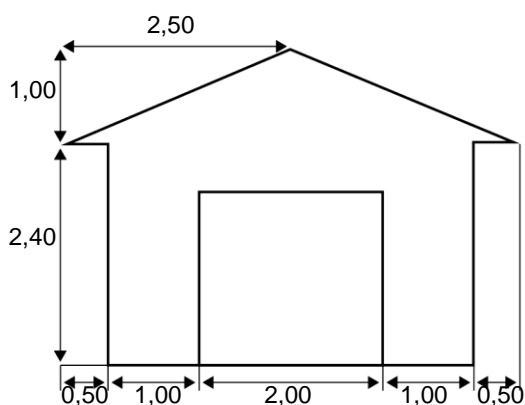
Для ответа на вопрос требуется на основе вида строения «спереди» определить его вид «сзади». То есть надо интерпретировать рисунки по отношению к реальному объекту. Очевидно, что для выполнения задания некоторые учащиеся могут мысленно поворачивать данный объект, используя пространственное воображение. Другие будут анализировать расположение деталей данного трёхмерного строения на каждом из приведенных на рисунках альтернатив, мысленно соотнося с изображением этого строения «спереди». Возможны и

другие способы получения ответа. Подобных заданий нет в наших учебниках. Тем не менее, подавляющее большинство (80%) российских учащихся справились с ним.

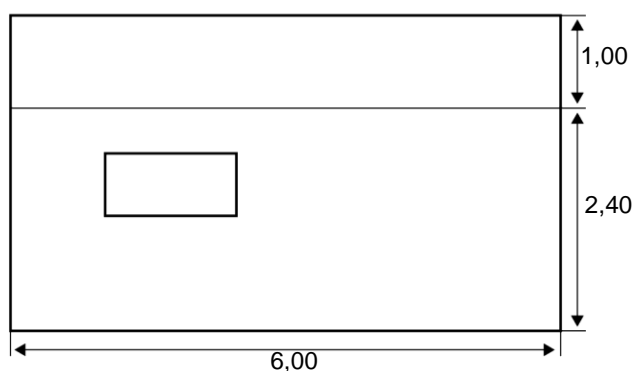
Этот вопрос относится к категории «Пространство и форма», так как приходится иметь дело с пространственными фигурами. По характеру познавательной деятельности его следует отнести к категории «Интерпретировать», а представленную ситуацию – к «профессиональной».

## Вопрос 2: ГАРАЖ

На двух приведённых ниже планах показаны размеры (в метрах) гаража, выбранного Димой.



Вид спереди



Вид сбоку

Крыша сделана из двух одинаковых прямоугольных секций.

Вычислите площадь **всей** крыши. Приведите решение.

.....

## ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 21: Любые значения от 31 до 33 с приведенными верными вычислениями или без них. [Не требуется приводить единицы измерения ( $m^2$ )].

Примеры верных ответов учащихся:

- $AB = \sqrt{2,5^2 + 1^2} = \sqrt{7,25}$ ;  $S = 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{7,25} \approx 32,31 (cm^2)$
- $12 \cdot 2,6 = 31,2$
- $12 \cdot \sqrt{7,25} m^2$
- $12 \cdot 2,69 = 32,28 m^2$
- $12 \cdot 2,7 = 32,4 m^2$

**Ответ принимается частично**

Код 11: Решение показывает верное использование теоремы Пифагора, но в нем сделана

вычислительная ошибка или использована неверная длина или полученная площадь не удвоена.

Примеры ответов учащихся:

- $2,5^2 + 1^2 = 6$ ;  $12 \cdot \sqrt{6} = 29,39$  [*Верно использована теорема Пифагора, но сделана вычислительная ошибка*].
- $2^2 + 1^2 = 5$ ;  $2 \cdot 6 \cdot \sqrt{5} = 26,8 \text{ м}^2$  [*Использована неверная длина*].
- $6 \cdot 2,6 = 15,6$  [*Не удвоена площадь крыши*].

Код 12: В решении не применялась теорема Пифагора, но в нем использовано разумное значение для ширины крыши (например, любое значение от 2,6 до 3) и последующие вычисления верны.

Примеры ответов учащихся:

- $2,75 \cdot 12 = 33$
- $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$

Данное задание отнесено к самому высокому уровню трудности. Для его выполнения надо извлечь необходимую информацию, представленную на двух приведенных планах строения («спереди» и «сбоку»), то есть определить размеры крыши. Кроме того, составить правильное представление о форме крыши, которая состоит из двух одинаковых скатов. Поэтому не удивительно, что с заданием полностью справились только 12% российских учащихся, еще 2% дали частично верный ответ, а 36% – не дали никакого ответа.

При ответе на вопрос требуется проявить умение читать планы трёхмерных объектов, находить значения геометрических величин для ответа на вопрос, который может возникнуть при строительстве объекта, например, при его окраске. Поэтому по содержанию задание отнесено к категории «Пространство и форма», а представленная ситуация – к «профессиональной». Для выполнения задания надо вычислить значения некоторых геометрических величин, используя при этом теорему Пифагора и формулу площади прямоугольника, поэтому по своему характеру познавательная деятельность отнесена к категории «Применять».



## ИЗГОТОВЛЕНИЕ БРОШЮРЫ

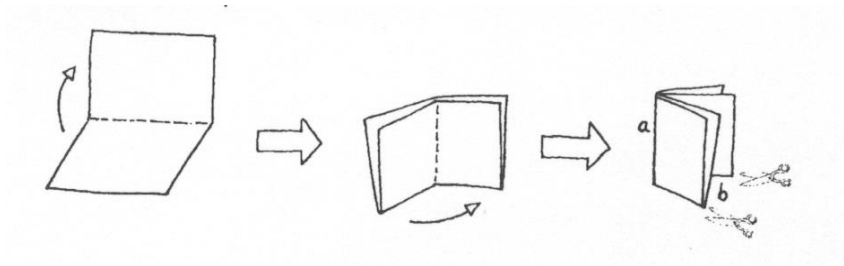
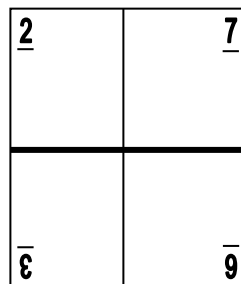


Рисунок 1

На рисунке 1 показано, как сделать небольшую брошюру. Необходимые указания даны ниже:

- возьмите лист бумаги и сложите его два раза пополам;
- скрепите по краю *a*;
- разрежьте по двум нижним краям, обозначенным *b*.



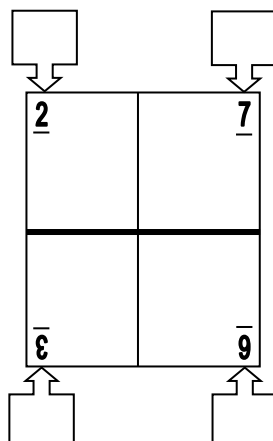
В результате получится небольшая брошюра, в которой восемь страниц.

Рисунок 2

На рисунке 2 показана одна сторона листа бумаги, из которого сделали такую брошюру. Номера страниц были написаны на листе заранее.

Жирная линия показывает, где надо разрезать сложенный лист бумаги.

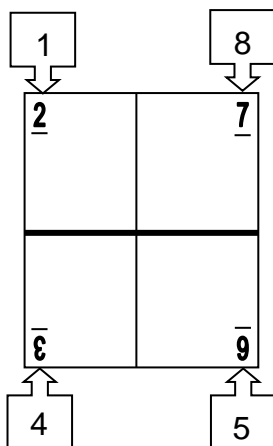
На следующем рисунке запишите номера 1, 4, 5 и 8 в соответствующих рамках, чтобы показать номера страниц, которые находятся на обратной стороне страниц: 2, 3, 6 и 7.



## ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС

### *Ответ принимается полностью*

Код 1: Номера страниц размещены правильно на соответствующих местах (не учитывайте ориентацию записанных номеров):



### *Ответ не принимается*

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

*При ответе на данный вопрос надо использовать свой жизненный опыт и мысленно вообразить, как расположены номера страниц в книге. В этой книге номера страниц начинаются с №1, затем следует разворот, на котором помещаются две страницы – слева с четным номером 2, а справа – 3 и т.д. То есть нечетные номера страниц стоят впереди последующего за ним четного номера. Значит, перед числом 2 будет 1, перед числом 6 будет 5. Тогда за страницей 3 следует страница 4, а за страницей 7 – 8.*

Таким образом, задание следует отнести к области «Пространство и форма». Сам контекст носит профессиональный характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать».

Непривычная ситуация затруднила почти треть учащихся. С заданием справились 72% российских и 64% учащихся стран ОЭСР.

## КАКАЯ МАШИНА?

Кристина только что получила водительские права и хочет купить себе первую машину.



хочет

В приведённой ниже таблице указаны сведения о четырёх машинах, которые она нашла у местного продавца подержанных машин.

Модель:	Альфа	Бета	Гамма	Дельта
Год	2003	2000	2001	1999
Объявленная цена (зедь)	4800	4450	4250	3990
Пройденное расстояние (километры)	105 000	115 000	128 000	109 000
Объём двигателя (литры)	1,79	1,796	1,82	1,783

---

### Вопрос 1:

Кристина хочет машину, которая отвечает **всем** следующим условиям:

- Пройденное расстояние **не** больше, чем 120 000 километров.
- Сделана в 2000 году или позже.
- Объявленная цена **не** выше, чем 4500 зедов.

Какая машина отвечает условиям Кристины?

I Альфа	– 1%
J Бета	– 87%
K Гамма	– 3%
L Дельта	– 7%

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: В

*При выборе машины требуется выполнить три условия. Чтобы это сделать, надо свободно читать данные, приведенные в соответствующих строках и столбцах таблицы. Эти данные надо соотносить с указанными числовыми условиями, чтобы выбрать машину, которая одновременно отвечает всем этим условиям. Задание несложное для 15-летних учащихся, поэтому не удивляет, что с ним справились 87% российских учащихся. Выбор того или иного из неверных ответов объясняется тем, что не было учтено одно из трех условий.*

Задание связано с работой с данными, поэтому оно отнесено к содержательной области «Неопределенность и данные». Для его выполнения надо, применив базовые умения по

чтению данных таблицы, перейти на основе понимания этих данных к решению вопроса, возникшего в реальной ситуации. Поэтому преобладающая познавательная деятельность отнесена к категории «Интерпретировать». По своему характеру описанная в задании ситуация явно относится к «личностным», так как многим людям приходится иметь дело с покупкой машины и принимать решение о выборе, опираясь на те или иные критерии.

---

### **Вопрос 2:**

У какой машины наименьший объём двигателя?

- A Альфа – 17%
- B Бета – 7%
- C Гамма – 3%
- D Дельта – 71%

### **ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2**

*Ответ принимается полностью*

Код 1: D

Этот несложный вопрос вызвал затруднения почти у трети российских учащихся. Для получения ответа требуется с учетом данной ситуации из четырех десятичных дробей выбрать наименьшую. Результаты международных и национальных мониторингов неоднократно показывали, что значительная часть 15-летних учащихся не обладает прочным умением сравнивать десятичные дроби с двумя и более десятичными знаками. Поэтому не удивительно, что верный ответ дали около 70% российских учащихся и около 30% выбрали неверные ответы.

Для выполнения задания требуются умения, формируемые в курсе арифметики, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество», а познавательная деятельность – к категории «Применять». Ситуация, как в первом вопросе, относится к категории «личностная».

---

### **Вопрос 3:**

Кристине придётся заплатить дополнительно 2,5% от объявленной цены машины в качестве налога.

Сколько зедов составляет дополнительный налог на машину Альфа?

Дополнительный налог в зедрах: .....

### **ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

*Ответ принимается полностью*

Код 1: 120.

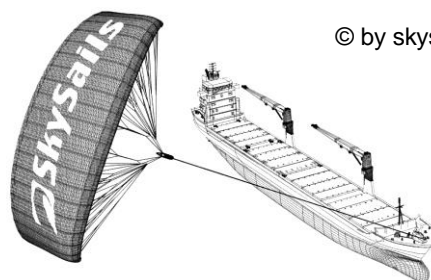
Этот несложный вопрос вызвал затруднения почти у 40% российских учащихся. Для его выполнения надо найти 2,5% процента от известной цены машины. К сожалению, многие российские учащиеся не обладают прочным умением решать задачи на проценты.

Для выполнения задания требуются умения, формируемые в курсе арифметики, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество», а познавательная деятельность – к категории «Применять». Ситуация, как в первом вопросе, относится к категории «личностная».

## ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Девяносто пять процентов товаров в перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать кораблей, используя силу ветра. Их заключается в прикреплении к кораблям в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



© by skysails мире

кораблей

поддержку предложение кайтов (парящих

### Вопрос 1.

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля.

С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

- |             |   |
|-------------|---|
| Е 6 км/ч    | – 16% (ошибка - нашли 25%, вместо 125% от 24 км/ч)                          |
| Ф 18 км/ч   | – 6% (ошибка - нашли $100\% - 25\% = 75\%$ от 24 км/ч)                      |
| Г 25 км/ч   | – 8% (ошибка - не поняли условие задачи)                                    |
| Н 30 км/ч * | – 57% ( $24 \cdot 1,25 = 30$ км/ч ИЛИ $25\%$ от 24 = 6, $24 + 6 = 30$ км/ч) |
| І 49 км/ч   | – 3% (невнимательно прочли условие задачи, сложили 24 км/ч и 25%)           |
| Нет ответа  | – 3%  |

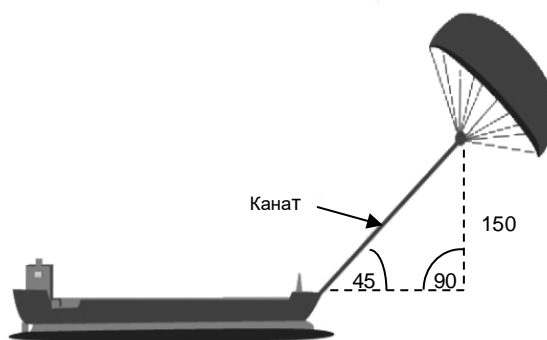
*Ключевой момент решения – нахождение процентов числа. Задание стандартное, доступно учащимся 5-6 класса. Затруднение вызывает большой текст в описании ситуации, из которого не требуется информация для ответа на данный вопрос. Основные ошибки (ответы А, В, С) заключаются в невнимательном анализе условия задачи, а также в нетвердом знании алгоритмов решения задач на проценты.*

Задание отнесено к области «Количество», представленная ситуация «научная», познавательная деятельность «Применять». Результаты невысоки: российские учащиеся – 57%, стран ОЭСР – 60%.

### Вопрос 2.

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в  $45^\circ$  и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?

- |            |       |
|------------|-------|
| А 173 м    | – 15% |
| В 212 м *  | – 45% |
| С 285 м    | – 18% |
| D 300 м    | – 18% |
| Нет ответа | – 4%  |



Примечание: Рисунок сделан не в масштабе.  
© by skysails

*Ключевым моментом для решения задачи является применение известной теоремы Пифагора для вычисления длины искомого отрезка, а также знание известного свойства равенства катетов в прямоугольном равнобедренном треугольнике (с углом в  $45^\circ$ ). Решение задачи упрощает наличие чертежа, на котором хорошо представлена имеющаяся ситуация и соответствующие данные из условия задачи, а также приведенные варианты ответов. Однако подобных заданий нет в учебниках, форма представления условия задачи совершенно*

непривычная, поэтому вызвала затруднения у большинства учащихся. Решение: Канат  $=\sqrt{150^2 + 150^2} \approx 212,13$ . Сообразуясь с вариантами готовых ответов, следует выбрать ответ В (212).

Задание отнесено к области «Пространство и форма», представленная ситуация «научная», познавательная деятельность «Применять». Результаты невысоки: российские учащиеся – 45%, стран ОЭСР – 50%.

### Вопрос 3:

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зед за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна»

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём)

Длина: 117 метров

Ширина: 18 метров

Грузоподъёмность: 12 000 тонн

Максимальная скорость: 19 узлов

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.



С  
стоимость  
установки  
на  
«Новый  
волна»

кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет:.....

### Ответ принимается полностью

Код 1: Ответ от 8 до 9 лет сопровождается соответствующими вычислениями.

Возможное решение: Расход топлива за год без паруса: 3,5 миллионов литров, цена литра 0,42, стоимость топлива  $3500000 \cdot 0,42 = 1\,470\,000$  зед. 20% экономит парус, тогда экономия  $1\,470\,000 \cdot 0,2 = 294\,000$  зед. за год. Стоимость кайта 2 500 000:  $294\,000 \approx 8,5$  (лет). Значит, после 8-9 лет покроется стоимость паруса.

Это текстовая задача в 3-4 вопроса. В исследовании она отнесена к высшему уровню сложности. Требуется создать модель её решения, применить алгоритм решения задач на проценты и выполнить арифметические действия с многозначными числами. Полученный приближенный ответ (8,5 лет) округлить, учитывая условие задачи. Знания и умения, необходимые для получения ответа формируются в 5-6 классах. В исследовании разрешается использовать калькулятор, что позволяет упростить процесс вычислений и сэкономить время.

Задача отнесена к области «Изменение и зависимости», контекст «научный», познавательная деятельность «Формулировать». Подобных задач нет в российских учебниках. Сложность задачи определяется наличием большого текста, в котором много лишней словесной и количественной информации. Информация представлена в различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков. Данные, нужные для решения, надо извлечь из разных частей текста, в котором имеется количественная информация, ненужная для решения данной задачи. Поэтому не удивительно, что результаты выполнения этого задания невысоки: российские учащиеся – 16%, стран ОЭСР – 15%, максимальный результат у лидирующих стран – 47%.

Задача была бы посильной для российских учащихся 5-6 класса, если бы она была сформулирована в привычной для них редакции, как это делается в российских учебниках: *За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?*

### ПИЦЦА

В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее продавать хозяину пиццерии? Приведите ваши рассуждения.

Для создания модели решения прежде всего нужно понять, что при одинаковой толщине и разных размерах большой и меньшей пиццы разница в цене зависит только от площади поверхности пиццы. Возможны два подхода при определении выгоды продавца пицц: либо на основе разности стоимости одной и той же единицы площади большей и меньшей пиццы, либо – разности площадей большей и меньшей пиццы, которые можно купить за одни и те же деньги.

Затем надо сообразить, что поверхность пицц имеет форму круга, у которого известен диаметр. Значит, надо по известной формуле площади круга подсчитать площадь круга у большей и меньшей пицц. При первом подходе нужно поделить стоимость пиццы на её площадь.

$$S_{\text{меньшей пиццы}} = 3,14 \cdot (30:2)^2 = 706,5 \text{ (см}^2\text{)}; 1 \text{ см}^2 \text{ будет стоить } 30 : 706,5 \approx 0,042 \text{ (зед.)}$$

$$S_{\text{большей пиццы}} = 3,14 \cdot (40:2)^2 = 1256 \text{ (см}^2\text{)}; 1 \text{ см}^2 \text{ будет стоить } 40 : 1256 \approx 0,032 \text{ (зед.)}$$

*Полученное решение показало, что хозяину выгоднее продавать меньшие пиццы, так как 1 см<sup>2</sup> меньшей пиццы стоит покупателю немного дороже, чем такая же площадь большей пиццы.*

При втором подходе нужно поделить площадь пиццы на её стоимость.

$$S_{\text{меньшей пиццы}} = 3,14 \cdot (30:2)^2 = 706,5 \text{ (см}^2\text{)}; \text{ на 1 зед можно купить } 706,5:30 = 23,55 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{большей пиццы}} = 3,14 \cdot (40:2)^2 = 1256 \text{ (см}^2\text{)}; \text{ на 1 зед можно купить } 1256 : 40 = 31,4 \text{ (см}^2\text{)}$$

*Полученное решение показало, что хозяину выгоднее продавать меньшие пиццы, так как на 1 зед покупатель может купить меньшую площадь у меньшей пиццы и большую площадь у большей пиццы. То есть большая пицца выгоднее покупателю, а меньшая – продавцу.*

*Задание оказалось одним из самых трудных, в 2003 г. с ним справилось всего 11% из всех участников исследования.*

Ключевым моментом для решения задачи является установление зависимости между размером пиццы и её стоимостью, поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости». Сам контекст носит *личностный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать», так как требуется создать модель решения задачи.



## ПОДЪЁМ НА ГОРУ ФУДЗИ

Гора Фудзи – знаменитый бездействующий вулкан в Японии.



---

### Вопрос 1:

Гора Фудзи ежегодно открыта для подъёма людей только с 1 июля по 27 августа включительно. В течение этого времени на гору Фудзи поднимаются около 200 000 людей.

Сколько примерно в среднем людей поднимаются на гору Фудзи каждый день?

- E 340      10% (*вычислительная ошибка при делении*)
- F 710      9% (*учли только 27 дней в августе и допустили ошибку при делении*)
- G 3400\*    70%
- H 7100     2% (*учли только 27 дней в августе и допустили ошибку при делении*)
- I 7400     5% (*учли только 27 дней в августе*)
- Не дали ответа: 2%

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

**Ответ принимается полностью**

Код 1: С. 3400

*Ключевым моментом решения является правильное определение количества дней, которые открыты для подъёма на гору. Большинство – 80% – верно проанализировали условие и верно определили количество дней (58 дней). 70% дали верный ответ, а 10% допустили ошибку при делении. Около 16% учащихся использовали только 27 дней – число дней в августе, указанных в условии.*

Задание отнесено к содержательной области «Количество», так как это несложная арифметическая задача. Однако из-за отсутствия необходимой информации приходится создать модель решения, поэтому по характеру познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать». В задаче приходится иметь дело с ситуацией, связанной с жизнью общества, поэтому контекст считается «общественным».

---

## Вопрос 2:

Пешеходная тропа Готемба на гору Фудзи имеет длину около 9 километров.

Пешеходам нужно вернуться после 18 км прогулки к 20 часам.

Тоши прикинул, что он может подняться на гору со средней скоростью 1,5 км/ч и спуститься со скоростью в два раза больше этой. При движении с этими скоростями остаётся время на то, чтобы поесть и отдохнуть.

Используя скорости, установленные Тоши, определите самое позднее время, когда Тоши может начать свой подъём, чтобы он мог вернуться к 20 ч.

### ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

**Ответ принимается полностью**

Код 1: 11 (ч) [Единицы измерения могут быть указаны или не указаны. Допускается и такая запись времени – 11:00]

По характеру – это задача на движение, в условии которой имеется вся информация, нужная для решения. Используя известные длину тропы и скорости при подъёме и при спуске, надо определить время, необходимое для подъёма и спуска и суммировать их. Затем найти разность между полученной суммой затраченного времени и 20 часами.

*Решение:*  $9: 1,5 + 9: 1,5 \cdot 2 = 9$  (ч);  $20 - 9 = 11$  (ч)

Однако задача вызвала затруднение у большинства 15-летних учащихся. С ней справились только 23% участников исследования, причем 38% не дали никакого ответа. Очевидно, что вызывает затруднение нестандартный вопрос, который требует определить самое позднее время выхода на тропу. Кроме того, неясно, надо ли учитывать время на еду и отдых при подъёме и спуске, о чём говорится в описании ситуации.

Думается, что эта особенность задания послужила причиной, вызвавшей затруднения у некоторых учащихся. Если бы от учащихся требовалось привести решение, то при его записи можно было бы дать объяснение полученного ответа, сказав, например, что в 9 ч входит время на еду и отдых, или, наоборот, прибавить какое-то время на это. Однако авторы задания требуют привести только числовой ответ, поэтому для некоторых учащихся неясность требования вопроса к задаче остается.

Решение задачи требует рассмотрения зависимостей между расстоянием, скоростью и временем и поэтому задание отнесено к содержательной области «Изменение и зависимости». Постановка вопроса не стандартная, явно требуется перейти от реальной ситуации к её математическому аналогу. Значит, требуется создать модель решения и по характеру познавательной деятельности отнести задание к когнитивной области «Формулировать». Так как приходится иметь дело с ситуацией, связанной с жизнью общества, то контекст задания считается «общественным».

Данное задание предлагалось российским учащимся на этапе предварительного отбора заданий для основного исследования. Анализ ответов учащихся выявил указанную выше неясность условия, и к проведению основного исследования разработчики внесли в него соответствующие изменения. Так, предложение: «*При движении с этими скоростями остаётся время на то, чтобы поесть и отдохнуть*» было уточнено следующим образом: «*При определении этих скоростей учитывалось время, необходимое на то, чтобы поесть и отдохнуть*». Эту формулировку авторы задания считают корректной. Они ссылаются на то, что, указанная средняя скорость уже включает возможные изменения скорости для остановки во время движения и поэтому не требуется выделять специальное время на еду и отдых.

---

### **Вопрос 3:**

Тоши надел шагомер для подсчёта своих шагов во время ходьбы по тропе Готемба.

Его шагомер показал, что он сделал 22 500 шагов по дороге наверх.

Оцените среднюю длину шага у Тоши, пока он шёл 9 км вверх по тропе Готемба. Дайте ответ в сантиметрах (см).

Ответ: ..... см

### **ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3**

***Ответ принимается полностью***

Код 1: 40.

Задание – простейшая арифметическая задача в один вопрос.

*Решение: 9 км надо разделить на 22500 шагов и полученный ответ перевести в сантиметры –  $9 : 22500 = 0,0004$  (км) = 0,4 (м) = 40 (см)*

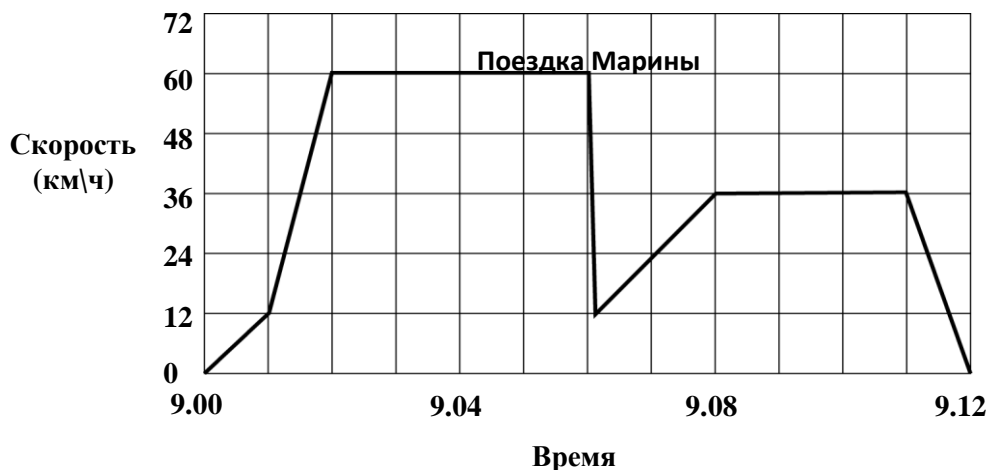
Однако с заданием полностью справились только 21% российских учащихся. 11% верно выполнили деление, но либо дали ответ не в сантиметрах, либо допустили ошибки при переводе полученного ответа в сантиметры. 23% – не дали никакого ответа.

При решении приходится иметь дело только с данными числами, поэтому задание отнесено к содержательной области «Количество». Так как нужно было использовать известный алгоритм деления десятичных дробей, то по характеру когнитивная деятельность отнесена к категории «Применять». Ситуация, описанная в задании, связана с жизнью общества, и считается «общественной».

### **ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ**

Марина отправилась покататься на машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Она была так взволнована этим происшествием, что решила вернуться домой.

На приведенном ниже графике представлена скорость машины во время поездки.



---

### Вопрос 1:

Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

Ответ: .....

### *Ответ принимается полностью*

Код 1: 9.06 ИЛИ 6 минут десятого.

Этот, казалось бы, несложный вопрос вызвал затруднение почти у четверти российских учащихся – 75% верных ответов. Среди учащихся стран ОЭСР на него ответили 78%. Видимо, затруднение было вызвано непривычной шкалой на оси x.

---

### Вопрос 2:

Сравните расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, с расстоянием, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой. Какое из них короче? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

### *Ответ принимается полностью*

В ответе говорится, что путь домой был короче, и дано соответствующее объяснение. Объяснение связано и с тем, что средняя скорость была меньше, так и с тем, что на обратный путь ушло примерно такое же время, или приведены подобные аргументы. Следует иметь в виду, что аргументы, основанные на меньшей площади под графиком скорости на обратном пути, также можно принимать полностью.

Примеры верных ответов, которые дали учащиеся:

- Первая часть расстояния была больше, чем обратный путь, на который ушло столько же времени, но на первой части пути она ехала намного быстрее, чем на второй.

- Путь Марины домой был короче, потому что на него ушло чуть меньше времени, а ехала она медленнее.
- По графику видно, что скорость от начала движения до остановки намного больше, чем на обратном пути, а время на этих двух отрезках пути примерно одинаковое. Значит, расстояние, пройденное от начала пути до остановки, должно быть значительно больше, чем обратный путь.

Ключевыми моментами при решении задачи является интерпретация графика скорости и понимание зависимости пройденного расстояния от скорости и времени движения. Поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости», ситуация «личностная», а характер познавательной деятельности «Интерпретировать».

Задание оказалось трудным для большинства участников исследования. Среди российских учащихся с ним справились только около 20%, а среди стран ОЭСР – 30%.

## ПОКУПКА КВАРТИРЫ

Это план квартиры, которую родители Гриши хотят купить в агентстве недвижимости.



---

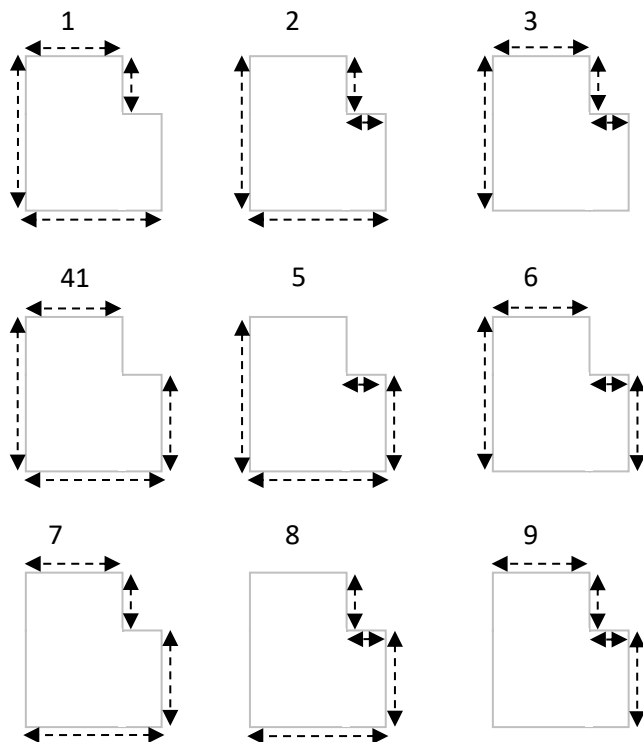
### Вопрос:

Для оценки общей площади пола в квартире (включая террасу и стены) вы можете измерить размеры каждой комнаты, вычислить площадь каждой из них и сложить их.

Однако есть более эффективный метод, при котором для оценки общей площади пола вам нужно измерить только 4 отрезка. Укажите на данном плане **четыре** отрезка, которые нужны, чтобы оценить общую площадь пола в квартире.

**Ответ принимается полностью**

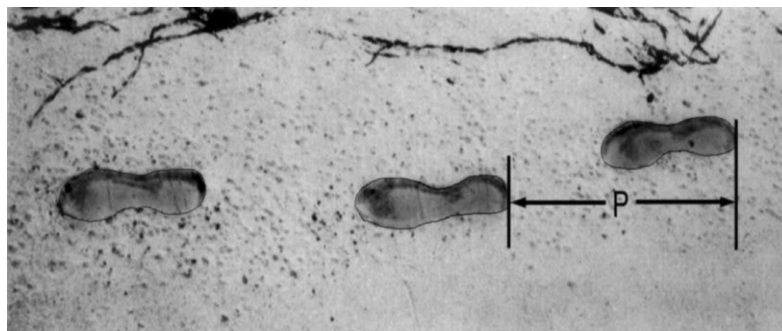
На планах квартиры указаны четыре измерения, необходимые для оценки площади пола. Ниже приведены 9 возможных способов решения.



Ключевым моментом создания модели решения задачи является использование пространственного воображения для разбиения плана квартиры на фигуры, площади которых можно вычислить, используя известную формулу. Этот план можно разбить на 2 прямоугольника. Тогда, чтобы найти их площади, достаточно измерить длины двух сторон каждого из них. При этом возможны два способа вычисления площади. Первый – на плане два прямоугольника дополняют друг друга и их площади суммируются (см. рис. 6, 7). Второй – план можно дополнить в правом верхнем углу до большого прямоугольника, тогда из площади большого прямоугольника надо вычесть площадь дополнившего его прямоугольника (см. рис. 2). На других рисунках, чтобы найти площади двух прямоугольников, используя первый или второй способ для нахождения длины одной из сторон прямоугольника, надо либо суммировать длину двух измеренных отрезков (см. рис. 3, 9), либо вычесть (см. рис. 1, 4, 5, 8).

Задание отнесено к области «Пространство и форма», представленная ситуация «Личностная», познавательная деятельность «Формулировать». Вопрос поставлен в нетрадиционной форме, поэтому вызвал затруднение у многих учащихся. С ним справились около 40% российских и около 45% учащихся стран ОЭСР.

**ПОХОДКА**



На рисунке изображены следы идущего человека. Длина шага  $P$  – расстояние от конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги.

Для походки мужчин зависимость между  $n$  и  $P$  приближенно выражается формулой:

$$\frac{n}{P} = 140, \text{ где}$$

$n$  – число шагов в минуту,

$P$  – длина шага в метрах.

Павел знает, что длина его шага 0,80 м. Используя приведенную выше формулу, вычислите скорость Павла при ходьбе в метрах в минуту (м/мин), а затем в километрах в час (км/ч).

Запишите решение.

**Ответ принимается полностью**

Даны оба верных ответа – скорость 89,6 м/мин и 5,38 км/ч или 5,4 км/ч.

*Возможное решение:*  $n = 140 \cdot 0,80 = 112$  (шагов в минуту)

За минуту он проходит  $0,80 \cdot 112 = 89,6$  (м), значит, его скорость – 89,6 м/мин или  $89,6 \cdot 60 = 5376$  м/ч = 5,38 км/ч или 5,4 км/ч.

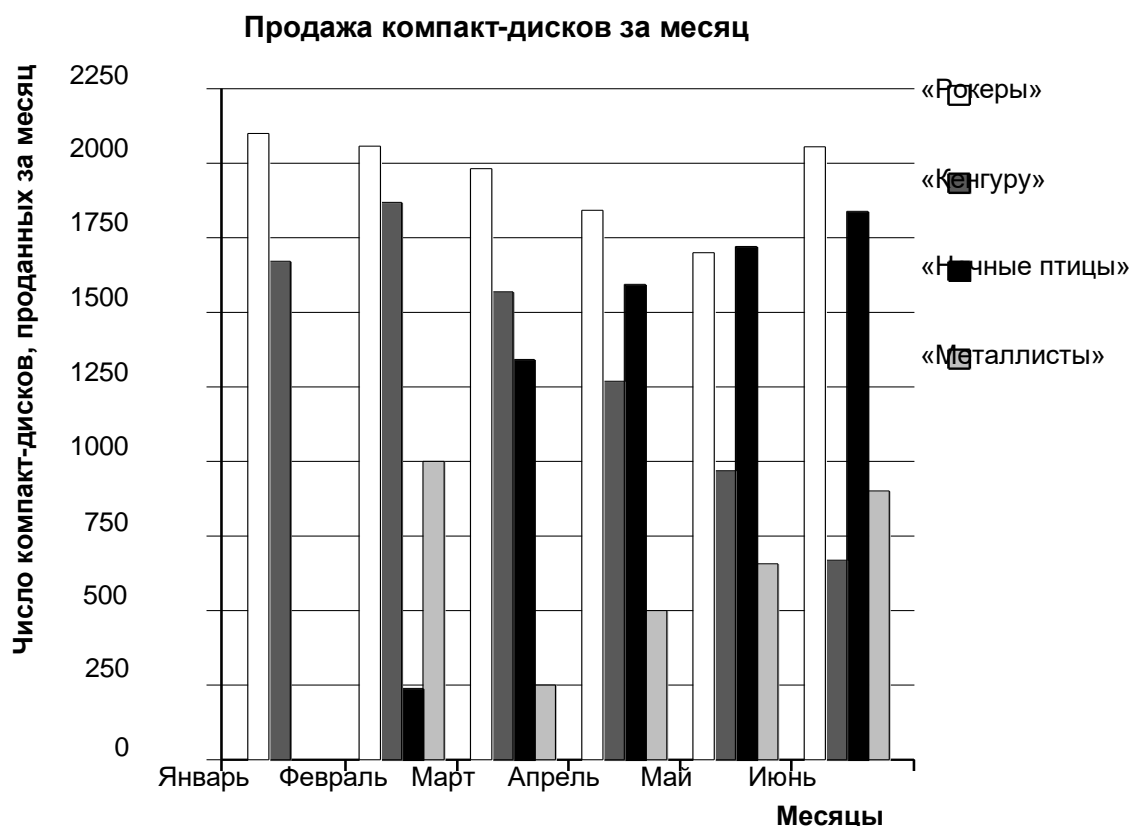
Ключевым моментом создания модели для определения скорости движения является понимание того, что скорость движения зависит от количества шагов за указанное время. Кроме того, для решения задачи важно умение выразить одну из переменных в формуле через другие переменные. Поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости». Сам контекст носит *личный* характер. По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать».

Задание совершенно нетипичное по сравнению со стандартными задачами на движение. Многих учащихся затруднил перевод скорости, выраженной в одних единицах измерения – км/мин, в другие – км/ч. Поэтому оно оказалось достаточно трудным для большинства учащихся, в 2000 г с ним полностью справились 22% российских учащихся.



## ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



### Вопрос 1.

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

- J 250 – 2%
- K 500\* – 89%
- L 1000 – 1%
- M 1270 – 6%

### Вопрос 2

В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- N Не было такого месяца – 11% (*перепутали группы*)
- O Март – 4% (*перепутали группы*)
- P Апрель\* – 72%
- Q Май – 11% (*не учли, что впервые продали больше в апреле*)
- Нет ответа – 2%

### Вопрос 3

Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

R	70 компакт-дисков	– 6%
S	370 компакт-дисков *	– 72%
T	670 компакт-дисков	– 16%
U	1340 компакт-дисков	– 4%
	Нет ответа	– 2%

*Для ответа на вопрос 1 надо интерпретировать диаграмму: понять принятые обозначения, найти на диаграмме столбец, соответствующий группе «Металлисты», и определить его высоту.*

*Для ответа на вопрос 2 надо интерпретировать диаграмму: понять принятые обозначения, найти на диаграмме столбцы, соответствующие двум указанным группам в каждом из 6 месяцев, и сравнить их по высоте. Выполнение этих действий упрощается за счет того, что эти столбцы соседние, поэтому их легче сравнить.*

*Для ответа на вопрос 3 надо интерпретировать столбчатую диаграмму и определить количество компакт-дисков, которое будет продано в июле, полагая, что сохранится линейная тенденция уменьшения количества проданных дисков группы «Кенгуру» с февраля по июнь. Совершенно нестандартный вопрос, на который трудно было бы дать достаточно точный числовой ответ, поэтому к нему приведены варианты готовых ответов.*

*На диаграмме видно, что высота соответствующих столбцов уменьшается с февраля по июнь. Возможный рациональный подход к получению ответа – это учесть, что отрицательная тенденция продолжается и в июле. Поэтому достаточно определить по диаграмме количество дисков, проданных в июне (примерно 650 штук), и сравнить полученное число с вариантами готовых ответов. Тогда будет ясно, что ответы C (670) и D (1340) явно неверные, так как они больше, чем в июне (650), а ответ A (70) слишком мал.*

*Возможен другой подход, когда по диаграмме находят число дисков, проданных в каждом месяце с февраля по июнь, затем вычисляют разность между двумя соседними месяцами, суммируют эти разности, делят эту сумму на 5 и получают среднее количество дисков, на которое уменьшается продажа в следующем месяце. Но это очень трудоёмкий подход, чреватый вычислительными ошибками.*

*Можно также справа от июня построить столбец, который будет изображать продажу дисков группы Кенгуру в июле. Затем провести прямую через вершины 5 столбцов (количество проданных дисков группой Кенгуру с февраля по июнь) и продолжить её далее до пересечения с построенным столбцом. По вертикальной оси можно увидеть, что пересечение столбца будет на высоте между 500 и 250. Сравнение с готовыми ответами покажет, что верный ответ B.*

Задание отнесено к области «Неопределенность и данные», представленная ситуация «общественная», познавательная деятельность «интерпретировать». Это задание может служить примером, как его составители добились повышения сложности вопросов. Вопрос 1 традиционный, доступный для учащихся 4-5 класса, и поэтому результат достаточно высокий – российские учащиеся 89%, стран ОЭСР – 87%. Вопрос 2 сложнее, требует выполнения нескольких действий, поэтому и результаты несколько ниже: российские учащиеся – 72%, стран ОЭСР – 80%. Вопрос 3 совершенно нестандартный, требует самостоятельной разработки способа решения. Видимо, большинство учащихся опирались на рассуждения, подобные приведенным выше, и на варианты готовых ответов, поэтому результаты достаточно высокие: российские учащиеся – 72%, стран ОЭСР – 77%.

### РОК-КОНЦЕРТ

Для зрителей на концерте рок-музыки было отведено прямоугольное поле размером 100 м на 50 м. Все билеты были проданы, и поле было полностью заполнено стоящими фанатами.

Какое из следующих чисел является наилучшей оценкой общего числа людей, посетивших этот концерт?

- A) 2000
- B) 5000
- C) 20 000
- D) 50 000
- E) 100 000

При создании модели необходимо связать размеры полностью заполненного поля с количеством стоящих на нем фанатов. Однако в условии не хватает данных, которые позволили бы это сделать. Значит, требуется понять, какая необходимая информация отсутствует и как её можно получить. В задании представлена типичная жизненная ситуация, характерная для массовых мероприятий. Значит, нужную информацию можно получить, используя знание о похожих жизненных ситуациях. Ясно, что нужно определить модель пространства, необходимого для одного или группы фанатов. При разработке этой модели важно учесть смысл таких слов из условия задачи, как «прямоугольное поле, полностью заполненное стоящими фанатами». Прямоугольная форма поля наводит на мысль разделить его площадь на квадратные метры и предположить, сколько стоящих человек могут на нем поместиться. Жизненный опыт подсказывает, что на  $1\text{ м}^2$  могут стоять, не касаясь друг друга, не более 4 человек.

*Возможное решение:  $S$  поля =  $100 \cdot 50 = 5000\text{ м}^2$ , пусть  $1\text{ м}^2$  занимают 4 человека. Тогда всего на поле –  $4 \cdot 5000 = 20000$  (чел.)- ответ (C)*

Ключевым моментом для решения задачи является создание модели представленной ситуации, поэтому задание отнесено к когнитивной области «Формулировать». Для решения проблемы важно проведение вычислений, поэтому задание отнесено к области «Количество». Сам контекст носит *общественный* характер. Задание оказалось достаточно трудным: результаты проверки данного задания в апробационном исследовании 2002 года показали, что с ним справились только 28% всех участников этого исследования.